

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОРОДНОГО МАССИВА ВОКРУГ ЗАКРЕПЛЕННОЙ ВЫРАБОТКИ В РАМКАХ МОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Изложены результаты исследования напряженно-деформированного состояния упруго-ползучего породного массива вокруг выработки закрепленной абсолютно жесткой крепью.

THE STRAIN STATE OF BREED MASSIVE AROUND OF FIXED MINE WORKING IN FRAMEWORKS OF MOMENT THEORY OF ELASTICITY

The results of research of strain-deformed state elastic-creeping breed massive around of absolute rigid fixed mine working are considered.

Предположим, что в однородном упруго-ползучем изотропном горном массиве на большой глубине H от дневной поверхности пройдена, а затем закреплена с абсолютно жесткой крепью круглая выработка радиусом R , причем контакт породы и крепи плотный и непрерывный.

Требуется найти напряженно-деформированное состояние данного массива вокруг заложенной выработки.

Такое состояние массива моделировалось изотропной плоскостью с несимметричным тензором напряжений, ослабленной круговым отверстием, подкрепленным жестким кольцом, имитирующим выработку с крепью.

Поместив начало прямоугольной декартовой системы координат $Oxyz$ в центр выработки и направив ось Oz — по оси выработки, ось Oy — вверх и ось Ox — горизонтально, решим задачу в условиях плоской деформации, рассмотрев перпендикулярно к оси поперечное сечение выработки.

Требуется найти напряженно-деформированное состояние упруго-ползучего массива горных пород, с моментными напряжениями, находящееся под действием двухосного неравномерного сжатия, вокруг выработки с учетом влияния моментных напряжений при следующих условиях:

Начальное (при $t = 0$):

$$v_r^{\Pi} = v_{\theta}^{\Pi} = \omega_{r\theta}^{\Pi} = 0 \quad (1)$$

Граничные, когда на бесконечности действуют усилия, равные напряжениям в нетронутом массиве:

$$\sigma_x^{\infty} = -\lambda \gamma H, \sigma_y^{\infty} = -\gamma H, \tau_{xy}^{\infty} = \tau_{yx}^{\infty} = 0; \mu_x^{\infty} = 0, \mu_y^{\infty} = 0; \quad (2)$$

и в условиях сопряжения ($r=R$)

$$v_r^{\Pi} = 0, \tau_{r\theta}^{\Pi} = 0, \omega_{r\theta}^{\Pi} = -\omega_{r\theta}^{00}, \quad (3)$$

или

$$v_r^{\Pi} = 0, v_{\theta}^{\Pi} = 0, \omega_{r\theta}^{\Pi} = -\omega_{r\theta}^{00}, \quad (4)$$

где знак Π означает ползучесть породы, $\sigma_r, \tau_{r\theta}$ - компоненты классических (обычных) напряжений, μ_r - компонента моментного напряжения, $v_r^{\Pi}, v_{\theta}^{\Pi}, \omega_{r\theta}^{\Pi}$ - компоненты перемещений и вращения, обусловленные ползучестью массива, γ - объемный вес породы, а $\lambda = \nu/(1-\nu)$ - коэффициент бокового распора.

Пользуясь комплексным представлением Ю.Н. Немиша [2] напряжений, перемещений и вращения, на основании граничного условия (2) определим компоненты напряженно-деформированного состояния в полярной системе координат в виде:

- для основного напряженного состояния:

$$\begin{aligned}
\sigma_r^0 &= -\frac{\gamma H}{2}[(1+\lambda) - (1-\lambda)\cos 2\theta], \\
\sigma_\theta^0 &= -\frac{\gamma H}{2}[(1+\lambda) + (1-\lambda)\cos 2\theta], \\
\tau_{r\theta}^0 &= \tau_{\theta r}^0 = -\frac{\gamma H}{2}(1-\lambda)\sin 2\theta, \quad \mu_r^0 = \mu_\theta^0 = 0; \\
v_r^0 &= -\frac{\gamma H r}{4G}[(1-2\nu)(1+\lambda) - (1-\lambda)\cos 2\theta], \\
v_\theta^0 &= -\frac{\gamma H r}{4G}(1-\lambda)\sin 2\theta, \quad \varpi_{r\theta}^0 = 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

- для начально-упругого дополнительного состояния, связанного наличием закрепленной выработки:

$$\begin{aligned}
\sigma_r^{00} &= \frac{\gamma H}{2} \left\{ \beta_{-1} \frac{R^2}{2r^2} + \left[\left(2 \frac{R^2}{r^2} - 24(1-\nu) \frac{l^2 R^2}{r^4} \right) \alpha_{-1} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \beta_{-3} \frac{3R^4}{2r^4} + \frac{R^2 \gamma_2}{8l^2} (K_4(r/l) - K_0(r/l)) \right] \cos 2\theta \right\}, \\
\sigma_\theta^{00} &= -\frac{\gamma H}{2} \left\{ \beta_{-1} \frac{R^2}{2r^2} - \left[24(1-\nu) \frac{l^2 R^2}{r^4} \alpha_{-1} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \beta_{-3} \frac{3R^4}{2r^4} - \frac{R^2 \gamma_2}{8l^2} (K_4(r/l) - K_0(r/l)) \right] \cos 2\theta \right\}, \\
\tau_{r\theta}^{00} &= \frac{\gamma H}{2} \left[\left(\frac{R^2}{r^2} - 24(1-\nu) \frac{l^2 R^2}{r^4} \right) \alpha_{-1} + \beta_{-3} \frac{3R^4}{2r^4} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{R^2 \gamma_2}{8l^2} (K_4(r/l) - 2K_2(r/l) + K_0(r/l)) \right] \sin 2\theta, \\
\tau_{\theta r}^{00} &= \frac{\gamma H}{2} \left[\left(\frac{R^2}{r^2} - 24(1-\nu) \frac{l^2 R^2}{r^4} \right) \alpha_{-1} + \beta_{-3} \frac{3R^4}{2r^4} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{R^2 \gamma_2}{8l^2} (K_4(r/l) + 2K_2(r/l) + K_0(r/l)) \right] \sin 2\theta,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mu_r^{00} &= \frac{\gamma H}{2} \left[8(1-\nu) \frac{l^2 R^2}{r^3} \alpha_{-1} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{R^2 \gamma_2}{4l^2} (K_3(r/l) + K_1(r/l)) \right] \sin 2\theta, \\
\mu_\theta^{00} &= -\frac{\gamma H}{2} \left[8(1-\nu) \frac{l^2 R^2}{r^3} \alpha_{-1} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{R^2 \gamma_2}{4l^2} (K_3(r/l) - K_1(r/l)) \right] \cos 2\theta, \\
\nu_r^{00} &= -\frac{\gamma H R}{4G} \left\{ \beta_{-1} \frac{R}{2r} + \left[2(1-\nu) \left(\frac{R}{r} - 4 \frac{l^2 R}{r^3} \right) \alpha_{-1} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \beta_{-3} \frac{R^3}{2r^3} + \frac{R \gamma_2}{4l} (K_3(r/l) - K_1(r/l)) \right] \cos 2\theta \right\}, \\
\nu_\theta^{00} &= \frac{\gamma H R}{4G} \left[\left(2(1-2\nu) \frac{R}{r} - 8(1-\nu) \frac{l^2 R}{r^3} \right) \alpha_{-1} - \right. \\
&\quad \left. - \beta_{-3} \frac{R^3}{2r^3} - \frac{R \gamma_2}{4l} (K_3(r/l) + K_1(r/l)) \right] \sin 2\theta, \\
\omega_{r\theta}^{00} &= -\frac{\gamma H R^2}{16G l^2} \left[8(1-\nu) \frac{l^2}{r^2} \alpha_{-1} - \gamma_2 K_2(r/l) \right] \sin 2\theta,
\end{aligned} \tag{6}$$

где $K_i(r/l)$, ($i = 0, 1, 2, 3, 4$) - функции Макдональда i -го рода [3], модуль сдвига G , коэффициент Пуассона ν массива, α_{-1} , β_{-1} , β_{-3} , γ_2 - неизвестные коэффициенты, определяемые из условий сопряжения.

Заметим, что в случае свободной от внешних усилий выработки ($\sigma_r - i\tau_{r\theta} = 0$, $\mu_r = 0$, при $r=R$) неизвестные коэффициенты определяются как:

$$\beta_{-1} = 2(1+\lambda), \quad \alpha_{-1} = -2 \frac{(1-\lambda)}{1+F}, \quad \beta_{-3} = 2(1-\lambda) \frac{1-F}{1+F},$$

$$\gamma_2 = \frac{2lF}{RK_1(R/l)} \alpha_{-1}, \quad F = \frac{8(1-\nu)}{4 + \left(\frac{R}{l}\right)^2 + 2 \frac{RK_0(R/l)}{lK_1(R/l)}} \quad (7)$$

Согласно идеи теории [4] компоненты напряжений, перемещений и вращения в породном массиве $\sigma_r^{\Pi}, \dots, \omega_{r\theta}^{\Pi}$, обусловленные свойством ползучести горных пород, определяются как разница величин $\sigma_r^{00}(t), \dots, \omega_{r\theta}^{00}(t)$, получаемых из (6) заменой упругих постоянных интегральными операторами [5] и $\sigma_r^{00}, \dots, \omega_{r\theta}^{00}$, определяемые по (6).

Подставляя формулы (6) к условиям сопряжения на контакте (3) или (4), получим:

- в случае отсутствия сцепления между породой и крепью

$$\beta_{-1} = 2(1+\lambda) \frac{\bar{G}}{G}, \quad \alpha_{-1} = -(1-\lambda) \frac{1 + 3 \left[(3-4\nu) - \frac{4(1-\nu)F}{1+F_1} \right] \frac{\bar{G}}{G}}{(5-4F_1) - (6-4F_1)},$$

$$\beta_{-3} = \frac{2}{3}(1-\lambda) \left[1 - (1+4F_1)(1-\bar{\nu})\alpha_{-1}^* \right], \quad \gamma_2 = \frac{8(1-\bar{\nu})l^2}{R^2 K_2(R/l)} \alpha_{-1}, \quad (8)$$

$$F_1 = \left[2 + \frac{RK_0(R/l)}{lK_1(R/l)} \right]^{-1}, \quad \alpha_{-1}^* = \frac{\alpha_{-1}}{(1-\lambda)}$$

- в случае наличия сцепления между породой и крепью

$$\beta_{-1} = 2(1+\lambda) \frac{\bar{G}}{G}, \quad \alpha_{-1} = - \frac{2(1-\lambda) \left[(3-4\nu) - \frac{4(1-\nu)F}{1+F} \right] \frac{\bar{G}}{G}}{\left[(3-4F_1) + (4-4F_1)\bar{\nu} \right] \frac{\bar{G}}{G}},$$

$$\beta_{-3} = 2(1-\lambda) \left[\left((3-4\nu) - \frac{4(1-\nu)F}{1+F} \right) \frac{\bar{G}}{G} - 2(1-\bar{\nu})\alpha_{-1}^* \right], \quad (9)$$

$$\gamma_2 = \frac{8(1-\bar{\nu})l^2}{R^2 K_2(R/l)} \alpha_{-1}, \quad \alpha_{-1}^* = \frac{\alpha_{-1}}{(1-\lambda)}$$

где $\bar{G}, \bar{v}$ - интегральные операторы с параметрами ползучести α и δ [4]. Агрегат этих операторов с ядрами экспоненциальной функции расшифровывается стандартными приемами [5].

Таким образом, компоненты напряжений, перемещений и вращения породного массива вокруг закрепленной абсолютно жесткой крепью круговой выработки определяются по формуле (6) с учетом соответствующих значений постоянных $\alpha_{-1}, \beta_{-1}, \beta_{-3}, \gamma_2$ по (8) и (9) в зависимости от наличия сцепления.

Если $l=0$, то $F=0$ и $F_I=0$. Тогда влияние моментных напряжений будет отсутствовать, т.е. получаем результаты работы [4].

Выполнено численное вычисление на контуре выработки $-\sigma_\theta/\gamma H$ в момент $t=0$ с учетом (7) и $-\sigma_r^\Pi/\gamma H, \dots, -\mu_\theta^\Pi/\gamma HR$ с учетом (8) или (9) в момент стабилизации массива горных пород - алевролита (время стабилизации $t_c=600$ ч [4]), при следующих данных $G=0,26 \cdot 10^4$ МПа, $\nu=0,2$ [4]; $R/l=3$, $K_0(3)=0,0347$, $K_1(3)=0,0402$ [6]. Это вычисление показывает, что значения $-\sigma_r^\Pi/\gamma H, \dots, -\nu_\theta^\Pi/\gamma HR$, вычисленные по моментной теории упругости, меньше в среднем на 20%, чем аналогичные величины, вычисляемые по классической теории упругости (без моментной) и качественный характер их распределения сохраняется. Например, вычисленные по формулам (5) и (6) при $t=0$ в точке с координатами $(R, 0)$ $-\sigma_\theta/\gamma H=2,36$, а в точке с координатами $(R, \pi/2)$ $-\sigma_\theta/\gamma H=0,14$, соответствующие значения этих величин по [4] равны: 2,75; -0,25

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тусупов М.Т. О напряженном состоянии породного массива вокруг незакрепленной выработки в рамках моментной теории упругости. Мат. XI Междунар. науч. школы им. акад. С.А. Христановича. Симферополь, 2001. -С. 145-147.
2. Немиш Ю.Н. Подкрепленное круговое отверстие в упругом поле с несимметричным тензором напряжений. //Прикладная механика, -1965, -Вып.7, -№1. -С. 45-49.
3. Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. Ч.1. М., ИЛ., 1949, 798с.
4. Ержанов Ж.С. Теория ползучести горных пород и ее приложения. Алма-Ата, Наука, 1964, 175с.
5. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М., Наука, 1977, 384с.
6. Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. Ч.2. М., ИЛ., 1949, 219с.